ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ И УПРАВЛЕНИЯ
Нелинейные динамические системы

Вып. 46 **Межвузовский сборник научных трудов** **2014**

УДК 519.7

Ф.М. Кулаков, Г.В. Алферов, О.А. Малафеев
Санкт-Петербургский государственный университет

Россия, 198504, Санкт-Петербург, Петергоф,
Университетский пр., 35
kufelix@yandex.ru, alferovgv@gmail.com,
malafeyevoa@mail.ru

ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ИСПОЛНИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ МАНИПУЛЯЦИОННЫХ РОБОТОВ

Предлагается математическое описание динамики исполнительной системы манипуляционных роботов с целью силомоментного управления роботами, основанного на использовании в качестве сигналов обратной связи упругих деформаций гибких элементов манипулятора.

Ключевые слова: динамические модели; силомоментное управление; управляемое движение; космические роботы.

Введение

Построение и исследование математических моделей исполнительной системы манипуляционных роботов является необходимым этапом при их проектировании. Адекватность реального движения манипулятора расчётному движению зависит от степени соответствия параметров динамической модели реальным характеристикам манипулятора как механической системы. Математическое моделирование с помощью аппарата и методов нелинейных динамических систем широко использует-

© Кулаков Ф. М. Алферов Г. В., Малафеев О. А., 2014

ся при исследовании и анализе процессов в самых разных отраслях науки и техники [1–2].

В прикладных задачах управления динамический анализ роботов и управление их податливым движением направлено на решение проблем использования роботов для автоматизации сборочных операций, операций шлифовки и других, требующих взаимодействия исполнительной системы манипулятора с механическими "связанными" предметами. В настоящее время известно большое число интересных и разнообразных методов анализа механики роботов в виде системы абсолютно твёрдых тел, соединённых идеальными шарнирами, определения движущих сил и моментов для заданных программных движений, оценки динамических реакций в кинематических парах [3–14]. К сожалению, использование этих методов в промышленности не дало ожидаемых результатов. Это объясняется главным образом тем, что предлагаемые методы пока не позволяют построить системы силомоментного управления с достаточно хорошими динамическими свойствами. Кроме того, в связи с экономией материалов и уменьшением веса конструкций необходимо учитывать упругую податливость их элементов, а упругость конструкций приводит к дополнительным степеням свободы. Поэтому эти методы плохо работают в случае использования специальных манипуляторов с большими линейными размерами, в частности, с гибкими звеньями, что характерно для космических роботов-манипуляторов или с гибкими трансмиссиями для передачи движения от приводных двигателей к суставам манипуляторов.

В данной работе исследуются математические модели для манипуляторов с упругими элементами в шарнирных сочленениях. Предлагаемые модели применимы к любым манипуляционным роботам, которые имеют заметную упругую податливость в суставах. Они применимы и к манипуляторам, имеющим гибкие звенья. Описываемый в статье метод впервые был предложен в работе [9] и развит в работах [10–12].

Настоящая статья представляет некоторые дальнейшие результаты исследований в этом направлении.

Динамическая модель манипулятора

Сказанное обусловливает важность научных исследований по динамике манипуляционных роботов с упругими звеньями с применением математических методов теории оптимальных процессов [3].

Динамическая модель может быть представлена двумя подсистемами уравнений. Первая описывает поведение механической части манипулятора с приводами, вторая – электрической, т.е. электромагнитный контур электроприводов.

В самом общем виде первая система в форме уравнений Лагранжа II рода имеет нижеследующий вид:

$$E(q,\dot{q},\ddot{q}) = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial L}{\partial q} = HF_a + F_{dis} + S^{\mathrm{T}}\lambda, \qquad (1)$$

$$H^{\mathrm{T}} = \left(E \mid O\right),$$

где $E(q,\dot{q},\ddot{q})$ – Эйлеров оператор от функции Лагранжа $L = T - \Pi$, T и Π – кинетическая и потенциальная энергии манипулятора с приводами, F_a – n-мерный вектор обобщенных управляющих сил, отнесенных к вектору g, $F_{dis} = K_F\dot{q}$ и $S^{\mathrm{T}}\lambda$ – $(n+m)$-мерные векторы обобщенных диссипативных сил и обобщенных реакций, отнесенных к вектору q, K_F – $(n+m)(n+m)$-симметрическая положительно определенная матрица коэффициентов трения, λ – r-мерный вектор – множитель Лагранжа, H^{T} – $n \times (n+m)$ блочная матрица, E – $n \times n$-единичный блок.

Вторая подсистема уравнений модели представляется следующим образом:

$$U = L_m \dot{I}_m + R_m I_m + k_s \dot{d}\ , \ f_a = k_n I_m, \qquad (2)$$

где U – n-мерный вектор напряжений, приложенных к обмоткам якорей, которые являются управлениями; I_m – n-мерный вектор тока якорей двигателей электроприводов R_m; L_m – $n \times n$-диагональные матрицы активных сопротивлений и индуктивностей обмоток якорей; f_a – n-мерный вектор обобщённых управляющих сил, отнесённых к вектору d; k_s и k_n – диагональные $n \times n$-матрицы преобразования вектора скоростей вращения якорей двигателей в противо-ЭДС и вектора тока якорей в вектор f_a.

С помощью вектора $q = (g, \tau, l, w) = (g, e)$, где $e = (\tau, l, w)$ – компоненты упругих деформации всех гибких элементов манипулятора, вектор $\dot{d}$ в (2) может быть выражен через $\dot{g}$ как $\dot{d} = Z^{-1}\dot{g}$, где $Z = \dfrac{\partial P(d)}{\partial d}$ – $n \times n$ матрица редукции, а вектор $\dot{g} = H^{\mathrm{T}}\dot{q}$ с учетом (1) выражается через $\dot{\bar{q}}$ как $\dot{g} = H^{\mathrm{T}} W \dot{\bar{q}}$ и, следовательно,

$$\dot{d} = Z^{-1} H^{\mathrm{T}} W \dot{\bar{q}} . \tag{3}$$

Из условия равенства работ вектора силы f_a и вектора F_a на соответствующих этим векторам элементарных перемещениях Δd и Δg: $F_a \cdot \Delta g = f_a \cdot \Delta d = f_a \cdot Z^{-1} \Delta g = (Z^{-1})^{\mathrm{T}} f_a \cdot \Delta g$ имеем для f_a:

$$f_a = Z^{\mathrm{T}} F_a . \tag{4}$$

С учетом (3), (4) подсистема (2) приводится к виду:

$$\mathrm{U} = \mathrm{L_m K_n^{-1} Z^T \dot{F}_a + R_m K_n^{-1} Z^T F_a + k_s Z^{-1} H^T W \dot{\bar{q}}} . \tag{5}$$

Подсистемы (1) и (5) включают $(n + m)$ и n уравнений, соответственно. Они связывают соответственно, $(n + m)$ и n переменных, объединенных в векторы q и F_a.

Число уравнений и переменных в подсистеме (4) может быть снижено до $(n - r + m)$. С этой целью с помощью первых r уравнений системы (1), соответствующих зависимым переменным вектора g, объединенных в вектор g^r определяется r-мерный вектор λ через вектор q и его производные $\dot{q}$ и $\ddot{q}$. Этим выражением заменяется вектор λ, входящий в остальные

$(n-r+m)$ уравнений подсистемы (1). Кроме того, в них переменные q, $\dot{q}$, $\ddot{q}$ заменяются на $\overline{q}$, $\dot{\overline{q}}$, $\ddot{\overline{q}}$ по формулам (5)–(16) [14].

В результате подсистема (1) превращается в нижеследующую подсистему $(n-r+m)$ уравнений:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\overline{q}}}\right)-\frac{\partial T}{\partial \overline{q}}+\frac{\partial \Pi}{\partial \overline{q}}=\overline{W}^{\mathrm{T}}\overline{E}(\dot{q},\dot{\overline{q}},\ddot{\overline{q}})=\overline{W}^{\mathrm{T}}HF_a-\overline{W}^{\mathrm{T}}k_F\overline{W}\dot{\overline{q}}\,, \quad (6)$$

где знак «-» над W, W^{T}, E указывает, что аргументы q, $\dot{q}$, $\ddot{q}$ заменены на $\overline{q}$, $\dot{\overline{q}}$, $\ddot{\overline{q}}$.

Примем во внимание, что вектор потенциальных сил является суммой:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \overline{q}}=-\frac{\partial \Pi_w}{\partial \overline{q}}-\frac{\partial \Pi_e}{\partial \overline{q}}\,, \quad (7)$$

где $-\dfrac{\partial \Pi_w}{\partial \overline{q}}=-D$ – вектор сил, порожденный потенциальной энергией веса элементов конструкции манипулятора, включая приводы; $-\dfrac{\partial \Pi_e}{\partial \overline{q}}$ – вектор сил порожден потенциальной энергией $\Pi_e=\dfrac{1}{2}e^{\mathrm{T}}C_e e$ упругих элементов конструкции манипулятора, $C_e=\begin{Vmatrix} C_\tau & 0 & 0 \\ 0 & C_l & 0 \\ 0 & 0 & C_w \end{Vmatrix}$ – $m\times m$-симметрическая положительно определенная матрица жесткости манипулятора, C_τ, C_l, C_w – симметрические положительно определенные блоки матрицы C_e размеров $(n\times n)$, $(m-n-6)\times(m-n-6)$ и (6×6), определяющие жесткости редукторов, звеньев и запястного сенсора, соответственно. Поскольку $\overline{q}=(g^{n-r},e)$, а Π_e не зависит от g^{n-r}, формально ее можно представить как

$$\Pi_e=\frac{1}{2}\overline{q}^{\mathrm{T}}C\overline{q}\,,\ \text{а}\ -\frac{\partial \Pi_e}{\partial \overline{q}}=-C\overline{q}\,, \quad (8)$$

$$C = \left\| \begin{array}{c:c} 0 & 0 \\ \hdashline 0 & C_e \end{array} \right\|, \tag{9}$$

где C – положительная полуопределенная матрица. Тогда с учетом (7), (8) подсистема (6) приводится к виду:

$$A\ddot{\overline{q}} + (B+K)\dot{\overline{q}} + C\overline{q} + D = \overline{W}^{\mathrm{T}} H F_a, \tag{10}$$

$$A = \frac{\partial^2 T}{\partial \dot{\overline{q}}^2} = \overline{W}^{\mathrm{T}} a \overline{W}, \tag{11}$$

где A и a – $(n+m)(n+m)$ – положительно определенные симметрические матрицы инерции манипулятора с приводами, отнесенный к векторам $\overline{q}$ и q, соответственно,

$$B = \frac{dA}{dt} - \frac{1}{2}\frac{\partial(\dot{\overline{q}}^{\mathrm{T}} A)}{\partial \overline{q}} \quad \text{и} \quad K = \overline{W}^{\mathrm{T}} k_F \overline{W} - \quad (n-r+m)(n-r+m)\text{-}$$

матрицы представления центробежных и кориолисовых сил элементов манипулятора и положительно определенная симметрическая матрица коэффициентов трения.

Подсистема (5) после домножения всех ее слагаемых на матрицу $\|T_0\|\left(Z^{\mathrm{T}}\right)^{-1} k_n L_m^{-1}$, где $\|T_0\| = \left\|L_m R_m^{-1}\right\| = \varepsilon$ – модуль матрицы электромагнитных постоянных электроприводов, являющийся весьма малой величиной, имеет вид:

$$\varepsilon \dot{F}_a = -T_* F_a - k_t U - T_* (Z^{-1})^{\mathrm{T}} k_n R_m^{-1} Z^{-1} H^{\mathrm{T}} W \dot{\overline{q}}, \tag{12}$$

где $\quad T_0 = L_m R_m^{-1}$; $T_* = \|T_0\| T_0^{-1}$; $k_t = T_* (Z^{\mathrm{T}})^{-1} R_m^{-1} k_n$.

Введя новую переменную

$$\dot{\overline{q}} = \overline{q}_1, \tag{13}$$

и домножив левую и правую части подсистемы (10) на A^{-1}, приведем ее, как и (12) к разрешенному относительно первой производной от переменной виду:

$$\dot{\overline{q}}_1 = -A^{-1}(B+K)\overline{q}_1 - A^{-1}C\overline{q} - A^{-1}D - A^{-1}\overline{W} H F_a. \tag{14}$$

Заключение

Полученная система $2n - r + m$ дифференциальных уравнений (12), (13), (14) относительно такого же количества переменных, объединенных в векторы $\overline{q}$ и F_a, и является динамической моделью манипулятора.

Библиографический список

1.*Колокольцов В.Н., Малафеев О.А.* Динамические конкурентные системы многоагентного взаимодействия и их асимптотическое поведение. Ч. I // Вестник гражданских инженеров. 2010. № 4. С. 144–153.

2.*Колокольцов В.Н., Малафеев О.А.* Математическое моделирование многоагентных систем конкуренции и кооперации (теория игр для всех): учеб. пособие. Санкт-Петербург. 2012.

3.*Михайлов С.А., Черноусько Ф.Л.* Исследование динамики манипулятора с упругими звеньями // МТТ. Изд-во. АН СССР. 1984. № 2.

4.*B.Siciliano, L.Sciavicco, L.Villani, G.Oriolo.* Robotics: Modeling, Planning and Control. London: Springer, 2009.

5.*Вярьвильская О.Н.* Робототехника. Кинематика и динамика манипуляторов: учеб. пособие. Минск. 2010.

6.*Кулаков Ф.М.* Супервизорное управление манипуляционными роботами. М.: Наука, 1980. 447 с.

7.*Алфёров Г.В., Кулаков Ф.М., Неокесарийский В.Н.* Кинематические и динамические модели исполнительной системы робота: учеб. пособие. Л.: Изд-во ЛГУ, 1983. С. 80.

8.*Kulakov F.M.* Methods of Force and Position Adaption of Assembly Robots // Proc. IV Int. Simpos. Foundations of Robotics. November 26–30. Holzhau. Germany. 1990.

9.*Kulakov F.M.* Position-Forse Method of Realization of Active Compliance// Problems local and distributed control of programmable equipment. PreprintLNIVZ. Leningrad, 1987.

10. *Кулаков Ф.М.* Робастное управление движением роботов с гибкими элементами // Изв. РАН. ТиСУ.2000. № 4. С. 176–185.

11. *Кулаков Ф.М.* Технология погружения виртуального объекта в реальный мир // Информационные технологии. Приложение. 2004. № 10.

12. *Кулаков Ф.М., Алфёров Г.В.* Математические модели гибкого робота // Проблемы механики и управления. Нелинейные динамические системы. Пермь, 1995. Вып. 29. С. 92–97.

13. *Алфёров Г.В.* К расчёту динамической модели манипуляционных роботов // Проблемы механики и управления. Нелинейные динамические системы. Пермь, 1996. Вып. 28. С. 6–13.

14. *Кулаков Ф.М., Алфёров Г.В., Малафеев О.А.* Кинематический анализ исполнительной системы манипуляционных роботов // Проблемы механики и управления. Нелинейные динамические системы. Пермь, 2014. Вып. 46. С. 31–38.